

2019~2020 年度河南省高三阶段性考试(三)

数学(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分. 考试时间 120 分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:复数,集合与常用逻辑用语,函数与导数,三角与向量,数列,不等式.

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x+1 < 2\}$, $B = \{x | x^2 < 9\}$, 则 $A \cap B =$
A. (1,3) B. $(-\infty, 1)$
C. $(-3, 3)$ D. $(-3, 1)$
2. 复数 $z = (5+2i) - (2-i)$, 则 $|z| =$
A. 5 B. $3\sqrt{2}$ C. 18 D. 25
3. 在公比为 2 的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和为 S_n , 且 $S_7 - 2S_6 = 1$, 则 $a_1 + a_5 =$
A. 5 B. 9 C. 17 D. 33
4. 已知向量 $m = (\lambda+1, 1)$, $n = (\lambda+2, 2)$, 若 $(2m+n) \parallel (m-2n)$, 则 $\lambda =$
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
5. 若 $4^m = 3^n = k$, 且 $2m+n = mn \neq 0$, 则 $k =$
A. 18 B. 26 C. 36 D. 42
6. “ $a < -1$ ”是“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, a \sin x_0 + 1 < 0$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 函数 $f(x) = x^3 + \lg x - 18$ 的零点所在的区间为
A. (0,1) B. (1,2) C. (2,3) D. (3,4)
8. 已知函数 $f(x) = \cos(\frac{\pi}{3} - x) \cos(\frac{\pi}{6} + x) - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期和最大值分别为
A. $\pi, \frac{1}{4}$ B. $\pi, \frac{1}{2}$ C. $2\pi, \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ D. $2\pi, \frac{\sqrt{3}}{2}$
9. 已知 $1 < a < 2$, 实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 1, \\ y \leq 1, \\ \frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{a} \leq 1, \end{cases}$ 且 $z = \frac{x}{2} + \frac{y}{4}$ 的最大值为 $\frac{5}{8}$, 则 $a =$
A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{9}{8}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{3}{2}$

10. 已知函数 $f(x) = |\log_2 x|$, 当 $0 < m < n$ 时, $f(m) = f(n)$, 若 $f(x)$ 在 $[m^2, n]$ 上的最大值为 2, 则 $\frac{n}{m} =$

A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 4

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1, a_2 = 2$, 且 $(-1)^n (a_n - a_{n+2}) = 2 - 2 \cdot (-1)^n$, 则 S_{2019} 的值为

A. $2018 \times 1011 - 1$ B. 2019×1010
C. $2019 \times 1011 - 1$ D. 2018×1010

12. 已知函数 $f(x) = (x^2 - a) \ln x$, 曲线 $y = f(x)$ 上存在两个不同点, 使得曲线在这两点处的切线都与 y 轴垂直, 则实数 a 的取值范围是

A. $(-\frac{1}{e^2}, 0)$ B. $(-1, 0)$
C. $(-\frac{1}{e^2}, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$

第 II 卷

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 函数 $f(x) = x + \sin x (1 - \cos x)$ 的图象在点 (π, π) 处的切线方程是 $\blacktriangle$.
14. 已知 α 为第二象限角, 则 $\cos \alpha \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} + \sin^2 \alpha \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha}} = \blacktriangle$.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 a, b, c 成等比数列, 且 $b = a \cos C + c \sin A$, 则 $\frac{b \sin B}{c} = \blacktriangle$.
16. 正数 a, b 满足 $a > b, ab = 1$, 则 $\frac{a^3 + b^3}{a^2 - b^2}$ 的最小值为 $\blacktriangle$.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_2 + S_2 = -5, S_5 = -15$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}}$.

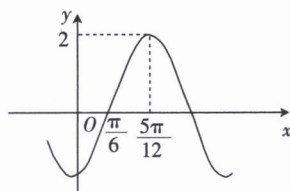
18. (12 分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(1) 求 $f(0)$ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值;

(3) 不画图, 说明函数 $y = f(x)$ 的图象可由 $y = \sin x$ 的图象经过怎样变化得到.



19. (12 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4^x - 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1 - 4^{-x}, & x < 0. \end{cases}$

(1) 判断 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇偶性, 并证明之;

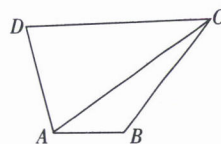
(2) 求不等式 $-1 < f(\log_4 x) \leq 3$ 的解集.

20. (12 分)

如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{3} - 1, BC = \sqrt{3} + 1, CA = 3$, 且角 D 与角 B 互补, $\vec{AD} \cdot \vec{CD} = \frac{3}{2}$.

(1) 求 $\triangle ACD$ 的面积;

(2) 求 $\triangle ACD$ 的周长.



21. (12 分)

设 $a \in \mathbf{R}$, 命题 p : 函数 $y = \log_a(x^3 - ax)$ ($a > 0, a \neq 1$) 在区间 $(-\frac{1}{2}, 0)$ 内单调递增; q : 函数

$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4a}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ 仅在 $x = 0$ 处有极值.

(1) 若命题 q 是真命题, 求 a 的取值范围;

(2) 若命题 $p \vee (\neg q)$ 是真命题, 求 a 的取值范围.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x) < 0$ 在区间 $[-1, +\infty)$ 上有解, 求 a 的取值范围.

2019~2020 年度河南省高三阶段性考试(三)

数学参考答案(文科)

1. D 【解析】本题考查集合的交集运算,考查运算求解能力.

因为 $A = \{x | x+1 < 2\} = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | x^2 < 9\} = \{x | -3 < x < 3\}$, 所以 $A \cap B = \{x | -3 < x < 1\}$.

2. B 【解析】本题考查复数的运算和模,考查运算求解能力.

$$z = 3 + 3i, |z| = 3\sqrt{2}.$$

3. C 【解析】本题考查等比数列的通项公式,考查运算求解能力.

由 $S_{n+1} = a_1 + qS_n$, 得 $S_7 - 2S_6 = a_1 = 1$, 所以 $a_5 = 2^4 = 16$, 所以 $a_1 + a_5 = 17$.

4. B 【解析】本题考查平面向量的坐标运算,考查运算求解能力.

因为 $2m + n = (3\lambda + 4, 4)$, $m - 2n = (-\lambda - 3, -3)$, 且 $(2m + n) \parallel (m - 2n)$,

所以 $(-3) \cdot (3\lambda + 4) - 4 \cdot (-\lambda - 3) = 0$, $\lambda = 0$.

5. C 【解析】本题考查对数的运算,考查运算求解能力.

由题意得 $m = \log_4 k$, $n = \log_3 k$. 又由 $2m + n = mn$, 得 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$,

所以 $\log_4 k + 2\log_3 k = 1$, 即 $\log_6 36 = 1$, 解得 $k = 36$.

6. A 【解析】本题考查充分条件、必要条件和三角函数,考查数形结合和运算求解能力.

必要性: 设 $f(x) = a \sin x + 1$, 当 $a > 0$ 时, $f(x) \in [1 - a, 1 + a]$, 所以 $1 - a < 0$, 即 $a > 1$;

当 $a < 0$ 时, $f(x) \in [1 + a, 1 - a]$, 所以 $1 + a < 0$, 即 $a < -1$. 故 $a > 1$ 或 $a < -1$.

充分性: 取 $x_0 = \frac{\pi}{2}$, 当 $a < -1$ 时, $a \sin x_0 + 1 < 0$ 成立.

7. C 【解析】本题考查函数的零点存在性定理,考查推理论证能力.

因为 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, $f(2) = 2^3 + \lg 2 - 18 = \lg 2 - 10 < 0$, $f(3) = 3^3 + \lg 3 - 18 = 9 + \lg 3 > 0$, 所以函数 $f(x)$ 的零点所在的区间为 $(2, 3)$.

8. B 【解析】本题考查三角函数的图象及恒等变换,考查运算求解能力.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(2x - \frac{\pi}{3}), \text{最小正周期为 } \pi, \text{最大值为 } \frac{1}{2}.$$

9. D 【解析】本题考查线性规划问题,考查数形结合的数学思想以及运算求解能力.

由可行域可知, z 在点 $(1, a-1)$ 处取得最大值, 所以 $\frac{1}{2} + \frac{a-1}{4} = \frac{5}{8}$, 解得 $a = \frac{3}{2}$.

10. D 【解析】本题考查函数的图象与最值,考查推理论证能力.

因为 $f(x) = |\log_2 x|$, 且当 $0 < m < n$ 时, $f(m) = f(n)$, 所以 $mn = 1$, 且 $n > 1, 0 < m < 1$, 所以 $m^2 < m$, 则 $f(x)$

在 $[m^2, n]$ 上的最大值为 $f(m^2) = |\log_2 m^2| = -\log_2 m^2 = 2$, 解得 $m = \frac{1}{2}$, 所以 $n = 2$, 故 $\frac{n}{m} = 4$.

11. C 【解析】本题考查等差数列的定义以及前 n 项和,考查运算求解能力,分类讨论的数学思想.

当 n 为奇数时, $a_{n+2} - a_n = 4$, 数列 $\{a_{2n-1}\}$ 是首项为 1, 公差为 4 的等差数列;

当 n 为偶数时, $a_{n+2} - a_n = 0$, 数列 $\{a_{2n}\}$ 是首项为 2, 公差为 0 的等差数列.

$$\text{所以 } S_{2019} = (a_1 + a_3 + \cdots + a_{2019}) + (a_2 + a_4 + \cdots + a_{2018}) = 1010 + \frac{1}{2} \times 1010 \times 1009 \times 4 + 1009 \times 2 = 2019 \times 1011 - 1.$$

12. A 【解析】本题考查导数的几何意义,考查化归与转化、函数与方程和数形结合的数学思想以及运算求解能力.

因为曲线 $y = f(x)$ 上存在两个不同点, 使得曲线在这两点处的切线都与 y 轴垂直, 所以 $f'(x) = 2x \ln x + \frac{x^2 - a}{x} = 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同的解, 即 $a = 2x^2 \ln x + x^2$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同的解. 设 $g(x) =$

$2x^2 \ln x + x^2, g'(x) = 4x \ln x + 2x^2 \cdot \frac{1}{x} + 2x = 4x(\ln x + 1)$, 所以当 $x \in (0, \frac{1}{e})$ 时, $g'(x) < 0, g(x)$ 单调递减, 当 $x \in (\frac{1}{e}, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0, g(x)$ 单调递增, 且当 $x \in (0, \frac{1}{\sqrt{e}})$ 时, $g(x) < 0$, 又 $g(\frac{1}{e}) = -\frac{1}{e^2}$, 所以当 $a \in (-\frac{1}{e^2}, 0)$ 时, $a = 2x^2 \ln x + x^2$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同的解.

13. $x+y-2\pi=0$ 【解析】本题考查导数的几何意义,考查数形结合的数学思想.

$f'(x)=1-\cos 2x+\cos x$, 所以 $f'(\pi)=-1$, 切线方程为 $y-\pi=-(x-\pi)$, 即 $x+y-2\pi=0$.

14. -1 【解析】本题考查三角恒等变换的知识,考查运算求解能力.

因为 α 为第二象限角, 所以 $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$,

所以 $\cos \alpha \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} = \cos \alpha \sqrt{\frac{(1+\sin \alpha)^2}{\cos^2 \alpha}} = \cos \alpha \cdot \frac{1+\sin \alpha}{|\cos \alpha|} = -1 - \sin \alpha$,

$\sin^2 \alpha \sqrt{1+\frac{1}{\tan^2 \alpha}} = \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin \alpha} = \sin \alpha$, 所以 $\cos \alpha \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} + \sin^2 \alpha \sqrt{1+\frac{1}{\tan^2 \alpha}} = -1$.

15. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 【解析】本题考查正弦定理以及三角恒等变换,考查运算求解能力.

由正弦定理可知, $\sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \sin C \cos A$, 易得 $c \cos A = c \sin A, A = \frac{\pi}{4}$. 又 a, b, c 成等

比数列, 所以 $\frac{b}{c} = \frac{a}{b}, \frac{b \sin B}{c} = \frac{a \sin B}{b} = \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

16. 2 【解析】本题考查基本不等式的应用,考查推理论证能力和运算求解能力.

$\frac{a^3+b^3}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2-ab}{a-b} = \frac{(a-b)^2+1}{a-b} = a-b+\frac{1}{a-b}$, 令 $t=a-b>0$, 则 $\frac{a^3+b^3}{a^2-b^2} = t+\frac{1}{t} \geqslant 2$, 当且仅当 $t=1$ 时取等号.

17. 解: (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 由 $a_2+S_2=3a_1+2d=-5$, 2 分
 $S_5=5a_1+10d=-15$, 即 $a_1+2d=-3$, 3 分
解得 $a_1=-1, d=-1$, 4 分
所以 $a_n=-1-(n-1)=-n$ 5 分

(2) 由 $a_n=-n$, 所以 $\frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, 6 分
所以 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} = (1-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2}-\frac{1}{3}) + \cdots + (\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$, 8 分
 $= 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$ 10 分

18. 解: (1) 根据图象可以得到 $A=2, T=4(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6})=\pi$,

所以 $\omega=2, f(x)=2\sin(2x+\varphi)$ 1 分

又 $f(\frac{5\pi}{12})=2$, 所以 $\sin(\frac{5\pi}{6}+\varphi)=1$,

所以 $\frac{5\pi}{6}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 即 $\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$.

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$ 2 分

所以 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$, 3 分

$f(0)=2\sin(-\frac{\pi}{3})=-\sqrt{3}$ 4 分

(2) 由 $-\frac{\pi}{3} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{4}$, 得 $-\pi \leqslant 2x-\frac{\pi}{3} \leqslant \frac{\pi}{6}$, 5 分

所以 $-1 \leq \sin(2x - \frac{\pi}{3}) \leq \frac{1}{2}$, 7 分

所以 $-2 \leq f(x) \leq 1$,

故当 $x = -\frac{\pi}{12}$ 时, $f(x)$ 取得最小值 -2 ; 当 $x = \frac{\pi}{4}$ 时, $f(x)$ 取得最大值 1 9 分

(3) 先将 $y = \sin x$ 的图象上所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍(横坐标不变), 得到 $y = 2\sin x$ 的图象; 10 分

再将 $y = 2\sin x$ 的图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到 $y = 2\sin(x - \frac{\pi}{3})$ 的图象; 11 分

最后将 $y = 2\sin(x - \frac{\pi}{3})$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 得到 $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象. 12 分

注: 其他解法相应给分.

19. 解: (1) 函数 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数. 1 分

证明如下:

任取 $x > 0$, 则 $-x < 0$,

所以 $f(-x) = 1 - 4^x = -(4^x - 1) = -f(x)$; 3 分

再任取 $x < 0$, 则 $-x > 0$,

所以 $f(-x) = 4^{-x} - 1 = -(1 - 4^{-x}) = -f(x)$;

又当 $x = 0$ 时, $-x = 0$,

所以 $f(-x) = 0 = -0 = -f(x)$ 5 分

故 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数. 6 分

(2) 当 $x > 0$ 时, $f(x) = 4^x - 1$ 是增函数,

所以 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数. 7 分

又 $f(-\frac{1}{2}) = -1, f(1) = 3$, 9 分

所以 $-\frac{1}{2} < \log_4 x \leq 1$, 所以 $\frac{1}{2} < x \leq 4$, 11 分

所以不等式 $-1 < f(\log_4 x) \leq 3$ 的解集为 $(\frac{1}{2}, 4]$ 12 分

20. 解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得 $\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = -\frac{1}{4}$,

所以 $\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ 2 分

因为角 D 与角 B 互补,

所以 $\sin \angle ADC = \sin \angle ABC = \frac{\sqrt{15}}{4}, \cos \angle ADC = -\cos \angle ABC = \frac{1}{4}$ 3 分

又 $\vec{AD} \cdot \vec{CD} = \frac{3}{2}$,

所以 $\vec{AD} \cdot \vec{CD} = |\vec{AD}| \cdot |\vec{CD}| \cdot \cos \angle ADC = \frac{3}{2}$, 即 $|\vec{AD}| \cdot |\vec{CD}| = 6$, 5 分

所以 $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} |\vec{AD}| \cdot |\vec{CD}| \cdot \sin \angle ADC = \frac{3\sqrt{15}}{4}$ 6 分

(2) 在 $\triangle ACD$ 中, 由余弦定理得 $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos \angle ADC$,

所以 $AD^2 + CD^2 = AC^2 + 2AD \cdot CD \cos \angle ADC = 12$, 8 分

所以 $AD + CD = 2\sqrt{6}$, 10 分

所以 $\triangle ACD$ 的周长为 $AD + CD + AC = 2\sqrt{6} + 3$ 12 分

21. 解:(1)由题意知, $f'(x)=x(x^2+4ax+1)$,显然 $x=0$ 不是方程 $x^2+4ax+1=0$ 的根.
 为使 $f(x)$ 仅在 $x=0$ 处有极值,必须 $x^2+4ax+1\geqslant 0$ 恒成立,即 $\Delta=4(4a^2-1)\leqslant 0$,
 解不等式,得 $-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant \frac{1}{2}$. 这时 $f(0)=1$ 是唯一极值,..... 3 分
 因此满足条件的 a 的取值范围是 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ 5 分
 (2)当 p 是真命题时,记 $g(x)=x^3-ax$,则 $g'(x)=3x^2-a$.
 当 $a>1$ 时,要使得 $y=\log_a(x^3-ax)$ 是增函数,则需有 $g'(x)\geqslant 0$ 对 $x\in(-\frac{1}{2}, 0)$ 恒成立,
 所以 $a\leqslant 0$,与 $a>1$ 矛盾; 7 分
 当 $0<a<1$ 时,要使得 $y=\log_a(x^3-ax)$ 是增函数,则需有 $g'(x)\leqslant 0$ 对 $x\in(-\frac{1}{2}, 0)$ 恒成立,
 所以 $a\geqslant 3\cdot(-\frac{1}{2})^2=\frac{3}{4}$,所以 $\frac{3}{4}\leqslant a<1$.
 记当 p 是真命题时 a 的取值集合为 A ,则 $A=\{a|\frac{3}{4}\leqslant a<1\}$; 9 分
 记当 $\neg q$ 是真命题时 a 的取值集合为 B ,则 $B=\{a|a<-\frac{1}{2}\text{ 或 }a>\frac{1}{2}\}$ 10 分
 因为 $p\vee(\neg q)$ 是真命题,
 所以 a 的取值范围是 $A\cup B=\{a|a<-\frac{1}{2}\text{ 或 }a>\frac{1}{2}\}$ 12 分
22. 解:(1)因为 $f(x)=e^x-ax$,所以 $f'(x)=e^x-a$ 2 分
 当 $a\leqslant 0$ 时, $f'(x)>0$,则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增; 3 分
 当 $a>0$ 时,令 $f'(x)=0$,解得 $x=\ln a$, $f(x)$ 在 $(\ln a, +\infty)$ 上单调递增,在 $(-\infty, \ln a)$ 上单调递减.
 5 分
 (2)由(1)可知,当 $a\leqslant 0$ 时,则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,因为 $f(x)<0$ 在区间 $[-1, +\infty)$ 上有解,所以 $f(-1)$
 $=\frac{1}{e}+a<0$,则 $a<-\frac{1}{e}$; 7 分
 当 $a>0$ 时, $f(x)$ 在 $(\ln a, +\infty)$ 上单调递增,在 $(-\infty, \ln a)$ 上单调递减. 8 分
 ①当 $0<a\leqslant \frac{1}{e}$ 时, $\ln a\leqslant -1$, $f(x)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上单调递增,所以 $f(-1)=\frac{1}{e}+a<0$,则 $a<-\frac{1}{e}$,不符合
 题意; 9 分
 ②当 $a>\frac{1}{e}$ 时, $\ln a>-1$, $f(x)$ 在 $(\ln a, +\infty)$ 上单调递增,在 $(-1, \ln a)$ 上单调递减,
 所以 $f(x)_{\min}=f(\ln a)=a-a\ln a<0$,则 $a>e$ 11 分
 综上, $a\in(-\infty, -\frac{1}{e})\cup(e, +\infty)$ 12 分